

विध्न विचारत भीरु जन, नहीं आरम्भे काम,
विपति देख छोड़े तुरंत मध्यम मन कर श्याम।
पुरुष सिंह संकल्प कर, सहते विपति अनेक,
'बना' न छोड़े ध्येय को, रघुबर राखे टेक।।

रचित: मानव धर्म प्रणेता

सद्गुरु श्री रणछोड़दासजी महाराज

क्रमचयन एवं संचय (Permutation and Combination)

There can never be surprises in logic..... Wittgenstein, Ludwig

गणित का प्रमुख आधारभूत अनुप्रयोग गणना है। सामान्यतः गणना के लिए कई विधियाँ उपयोग होती हैं। यह अध्याय उन विभिन्न परिचित विधियों का उपयोग करता है जो सामान्य गणन विधियों से अधिक तेज हैं। हम मुख्यतः हमारी गणना की विधियों को विन्यासों के प्रकार (क्रमाचयन) चयनों के प्रसार (संचय) पर केंद्रित करते हैं। यद्यपि हम गणना की इन विधियों को कुछ अन्य स्थितियों में भी उपयोग कर सकते हैं।

अब हम एक साधारण उदाहरण से शुरू करते हैं।—

एक समूह G_1 में तीन वृत्त C_1, C_2, C_3 जिनके केन्द्र भिन्न-भिन्न हैं। इस प्रकार है कि C_2 पूर्णतः C_1 के अन्दर स्थित है। C_3 पूर्णतः C_2 के अंदर स्थित है। 4 वृत्तों C_1, C_2, C_3, C_4 का एक अन्या समूह G_2 इसी प्रकार व्यवस्थित है। वृत्तों के दो समूह इस प्रकार हैं कि G_1 का प्रत्येक सदस्य G_2 के सभी सदस्यों को प्रतिच्छेद करता है। जैसा कि चित्र में दर्शाया है।



- (i) वृत्तों कुल केन्द्र कितने होंगे ?
(ii) कितनी उभयनिष्ठ स्पर्शियाँ प्राप्त होगी।

पहले भाग का हम " $3 + 4 = 7$ " और दूसरे भाग का हल " $3 \times 4 = 12$ " पहले भाग में हल जो विधि उपयोग करते हैं उसे "योग का सिद्धान्त" और दूसरे भाग में हम जो विधि उपयोग करते हैं उसे "गुणन का सिद्धान्त"। ये सिद्धान्त गणना में प्रमुख्या आवश्यक साधन हैं। से "आधार भूत गणन सिद्धान्त" से प्रसिद्ध है।

गणना के आधारभूत सिद्धान्त (Fundamental counting principle):

यदि एक संक्रिया O_1 विभिन्न प्रकार से हो सकती है और अन्य संक्रिया O_2 n विभिन्न प्रकार से हो सकती है तब

- (i) **योग का सिद्धान्त (Addition rule)** : संक्रिया O_1, O_2 में से हम ठीक $m + n$ प्रकार से कर सकते हैं।
(ii) **गुणन का सिद्धान्त (Multiplication rule)**: संक्रिया O_1, O_2 दोनों को हम mn प्रकार से कर सकते हैं।

नोट: योग सिद्धान्त केवल तभी सत्य है तब O_1 और O_2 परस्पर अपवर्जी है। और गुणन सिद्धान्त केवल तभी सत्य है जब O_1 और O_2 स्वतंत्र है। (हम परस्पर अपवर्जी और स्वतंत्र के सिद्धान्त आगे पढ़ेंगे।)

क्रमचयों की संख्या (Arrangement):

यदि n विभिन्न वस्तुओं में से एक साथ r वस्तुओं के चयन के क्रमचयों की संख्या है तो

$${}^n P_r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

नोट: (i) $n!$, n के ऋणात्मक मानों के लिए परिभाषित नहीं होता है।

(ii) $0! = 1! = 1 :$

(iii) ${}^n P_n = n! = n \cdot (n - 1)$

(iv) $(2n)! = 2^n \cdot n! [1.3.5.7 \dots (2n -)]$

वृत्तीय का चक्रीय क्रमचयन (Circular Permutation):

n विभिन्न वस्तुओं को एक साथ लेकर बनने वाले वृत्तीय क्रमचयों की संख्या $(n - 1)!$ होती है।

यदि दक्षिणावर्त तथा वामावर्त क्रमचयों को एक समझा जाये तो क्रमचयों की संख्या $\frac{(n - 1)}{p!}$ होती है।

नोट: यदि n विभिन्न वस्तुओं में से p एक समान हो तथा शेष भिन्न हो तब सभी को साथ लेकर (दक्षिणावर्त तथा वामावर्त क्रमचयों को भिन्न मानते हुए) बनने वाले क्रमचयों की संख्या $\frac{(n - 1)!}{p!}$ होती है।

चयन (Selection):

यदि ${}^n C_r$, n विभिन्न वस्तुओं में से एक साथ r वस्तुओं को लेकर बनाए गये संघों की संख्या है तब

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n - r)!} = \frac{{}^n P_r}{r!} \text{ जहाँ } r \leq n; n \in \mathbb{N} \text{ और } r \in \mathbb{W}.$$

नोट : (i) ${}^n C_r = {}^n C_{n-r}$
 (ii) ${}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r$
 (iii) ${}^n C_r = 0$ if $r \notin \{0, 1, 3, \dots, n\}$

n वस्तुओं के विन्यास जो सभी भिन्न नहीं है (Arrangement of n things, those are not all different) :

यदि कुल ' n ' वस्तुएँ हैं, जिनमें से ' p ' वस्तुएँ एक प्रकार की q दूसरे प्रकार की r तीसरे प्रकार की तथा शेष $n - (p + q + r)$ भिन्न-भिन्न हो, तो कुल क्रमाचयों की संख्या $= \frac{n!}{p!q!r!}$.

समूहों का निर्माण (Formation of Groups) :

$(m + n + p)$ भिन्न वस्तुओं के समूह को तीन भिन्न समूहों जिनमें प्रत्येक में क्रमशः m , n एवं p वस्तुएँ हैं, में विभक्त करने के तरीके $= \frac{(m + n + p)!}{m!n!p!}$

यदि $m = n = p$ हो तथा प्रत्येक ग्रुप में वस्तुओं को समान माना जाये, तो समूहों की संख्या $= \frac{(3n)!}{n!n!n!3!}$

नोट : यदि $3n$ वस्तुओं को 3 व्यक्तियों में समान प्रकार से बांटा जाये तो बाँटने के तरीके $= \frac{(3n)!}{(n!)^3}$

एक या अधिक वस्तुओं का चयन (Selection of one or more objects) :

- (a) ' n ' भिन्न वस्तुओं में से कम से कम एक वस्तु के चयन के तरीके ${}^n C_1 + {}^n C_2 + \dots + {}^n C_n = 2^n - 1$
- (b) वस्तुओं के समूह जिसमें p एक प्रकार की q एक प्रकार की तथा r एक प्रकार की वस्तुएँ हैं, में से कम से कम एक वस्तु के चयन के तरीके $(p + 1)(q + 1)(r + 1) - 1$
- (c) ' n ' वस्तुओं के एक समूह में से, जिसमें ' p ' एक प्रकार की ' q ' एक प्रकार की r एक प्रकार की तथा शेष $n - (p + q + r)$ भिन्न हैं, कम से कम एक वस्तु के चयन के तरीके $= (p + 1)(q + 1)(r + 1)2^{n - (p + q + r)} - 1$

ऋणात्मक द्विपद प्रसार (Negative binomial expansion) :

$$(1 - x)^{-n} = 1 + {}^n C_1 x + {}^{n+1} C_2 x^2 + {}^{n+2} C_3 x^3 + \dots \text{ to } \infty, \text{ if } -1 < x < 1.$$

इस प्रकार में x^r गुणांक ${}^{n+r-1}C_r (n \in \mathbb{N})$

परिणाम : $m + n + p = N$ वस्तुओं में से जिनमें से p एक प्रकार की m एक प्रकार की तथा n एक प्रकार की है r वस्तुओं के चयन के तरीके व्यंजक $(1 + x + x^2 + \dots + x^p) (1 + x + x^2 + \dots + x^m) (1 + x + x^2 + \dots + x^n)$ के प्रसार में x^r के गुणांक के बराबर होंगे।
 उदाहरण **PROPORTION** शब्द के अक्षरों में से चार अक्षरों के चयन के तरीकों की संख्या व्यंजक $(1 + x + x^2 + x^3) (1 + x + x^2) (1 + x + x^2) (1 + x) (1 + x) (1 + x)$ में x^4 के गुणांक के बराबर होगी।

काल्पनिक विभाजन की विधि (Method of fictitious partition):

n समान वस्तुओं को p व्यक्तियों में बाँटने के तरीके ${}^{n+p-1}C_n$ होते हैं। जबकि प्रत्येक व्यक्ति कोई वस्तु न मिले, एक मिले या एक से ज्यादा मिले।

परिणाम : माना कि $N = p^a \cdot q^b \cdot r^c \dots$ जहाँ $p, q, r \dots$ परस्पर भिन्न व अभाज्य है तथा $a, b, c \dots$ प्राकृत संख्याएँ हैं, तो :

- (a) N के कुल भाजकों की संख्या (1 व N को सम्मिलित करते हुए) $= (a + 1) (b + 1) (c + 1) \dots$
- (b) इन भाजकों का योग $= (p^0 + p^1 + p^2 + \dots + p^a) (q^0 + q^1 + q^2 + \dots + q^b) (r^0 + r^1 + r^2 + \dots + r^c) \dots$
- (c) उन तरीकों की संख्या जिनके द्वारा N को दो गुणनखण्डों में बाँटा जा सकता है।

$$= \frac{1}{2} (a + 1)(b + 1)(c + 1) \dots \quad \text{यदि } N \text{ एक पूर्ण वर्ग नहीं}$$

$$\frac{1}{2} [(a + 1)(b + 1)(c + 1) \dots + 1] \quad \text{यदि } N \text{ एक पूर्ण वर्ग है।}$$

- (d) संयुक्त संख्या N को दो परस्पर अभाज्य गुणनखण्डों में व्यक्त करने के तरीके 2^{n-1} होते हैं जहाँ n , N के भिन्न अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या है।

परिणाम: माना कि हमारे पास ' n ' प्रकार की वस्तुएँ हैं जिनमें से प्रत्येक प्रकार की कम से कम r वस्तुएँ हैं तब एक पंक्ति में r वस्तुओं को व्यवस्थित करने के तरीके $= n^r$ ।

पुनर्व्यवस्था (Dearrangement) :

माना कि ' n ' भिन्न पत्र हैं तथा उनके संगत ' n ' लिफाफों में डालने के तरीके एक भी पत्र सही लिफाफे में न जाये

$$n! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \right)$$

Exercise - 1

1-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)



केवल एक विकल्प सही

1. यदि P_m का अर्थ ${}^m P_m$ हो, तो व्यंजक $1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + 3 \cdot P_3 + \dots + n \cdot p_n =$
 (A) $(n + 1)! - 1$ (B) $(n + 1)! + 1$ (C) $(n + 1)!$ (D) इनमें से कोई नहीं
2. विभिन्न रंगों के 3 झण्डों का उपयोग करके कुल कितने संकेत बनाए जा सकते हैं जबकि एक झण्डे के उपर 1 या 2 या 3 झण्डे फहराये जा सकते हैं।
 (A) 3 (B) 7 (C) 15 (D) 16
3. अंग्रेजी वर्णवाला के 10 अक्षर दिये गये हैं। इन अक्षरों से 5 अक्षर वाले शब्द बनाये जाते हैं, तो ऐसे कितने शब्द होंगे जिनमें कम से कम एक अक्षर की पुनरावृत्ति होती है:
 (A) 69760 (B) 30240 (C) 99748 (D) इनमें से कोई नहीं
4. 1000 से 9999 के बीच (दोनों शामिल हैं) ऐसी कितनी संख्याएँ हैं जिनके चारों अंक अलग-अलग नहीं हैं।
 (A) 4048 (B) 4464 (C) 4518 (D) 4536
5. आठ कुर्सियों पर 1 से 8 तक नम्बर लग है। 2 और 3 आदमी प्रत्येक एक-एक कुर्सी पर बैठना चाहते हैं। पहले और 1 से 4 नम्बर लगी कुर्सियों में से चुनती है। और इसके बाद आदमी बची हुई कुर्सियों में से चुनते हैं। संभावित विन्यासों की संख्या है :
 (A) 69760 (B) 30240 (C) 99748 (D) इनमें से कोई नहीं

6. "GENIUS" शब्द के अक्षरों से ऐसे कितने शब्द बनाए जा सकते हैं। जो न तो G से शुरू होते हैं और न ही S पर समाप्त होते हैं—
 (A) ${}^6C_3 \cdot {}^4C_4$ (B) $P_2 \cdot {}^4P_3$ (C) ${}^4C_3 \cdot {}^4P_3$ (D) ${}^4P_2 \cdot {}^6P_3$
7. 5 लड़के और 3 लड़कियाँ 8 सीटों की एक पंक्ति में बैठे हुए हैं। यदि सभी लड़कियाँ एक साथ नहीं बैठें, तो वे सभी कितने तीरकों से बैठ सकते हैं—
 (A) 24 (B) 240 (C) 480 (D) 504
8. अंकों 1,3,5,7 का उपयोग करते हुए बनाई जा सकते वाली सभी संख्याओं का योग कितना होगा जबकि अंकों की पुनरावृत्ति नहीं हो सकती है—
 (A) 36000 (B) 9080 (C) 3960 (D) 11600
9. 'MATHEMATICS' शब्द के अक्षरों से ऐसे कितने शब्द बनाए जा सकते हैं। जो T से प्रारम्भ होते हैं। और T पर ही समाप्त होते हैं।
 (A) $16 \times 4!$ (B) $1111 \times 3!$ (C) $16 \times 1111 \times 3!$ (D) $16 \times 1111 \times 4!$
10. अंकों 2, 2, 3, 3, 5, 5, 8, 8, 8 की सहायता से 9 अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती हैं, जबकि विषम अंक सम स्थानों पर आये ?
 (A) 80720 (B) 90720 (C) 20860 (D) 37528
11. शब्द 'NINETEEN' के अक्षरों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है। कि कोई भी दो 'E' एक साथ नहीं आये, तो कुल क्रमचयों की संख्या होगी —
 (A) 7560 (B) 180 (C) 16 (D) 60
12. 8 विभिन्न फूलों से एक हार कितने तरीकों से बनाया जा सकता है यदि 4 विशेष फूल कभी भी अलग न हों।
 (A) $\frac{8!}{3!3!}$ (B) $\frac{5!}{3! \times {}^6C_2}$ (C) $\frac{5!}{3!} \times {}^6C_3$ (D) $\frac{8!}{5!} \times {}^6C_3$
13. 6 लाल गुलाबों और 3 सफेद गुलाबों (सभी गुलाब अलग-अलग हैं) से एक माला कितने तरीकों से बनाई जा सकती है। जबकि सभी सफेद गुलाब एक साथ रहें।
 (A) $4! \cdot 4!$ (B) $\frac{8!}{4!}$ (C) 288 (D) इनमें से कोई नहीं
14. 4 लड़के और 4 लड़कियाँ एक वृत्त में कितने तरीकों से खड़े रह सकते हैं। ताकि प्रत्येक लड़का और लड़की एकान्तर क्रम में रहें—
 (A) 2170 (B) 2165 (C) 2160 (D) 2155
15. 8 विभिन्न छल्लों में से 5 छल्लों को चुनकर एक रिंग में कितने तरीकों से लगाया जा सकता है —
 (A) $3! \cdot 4!$ (B) $4! \cdot 4!$ (C) $8!$ (D) $7!$
16. 7 व्यंजनों तथा 4 स्वरों में से 4 व्यंजन तथा 2 स्वर लकर छः अक्षरों वाले कितने शब्द बनाये जा सकते हैं—
 (A) 672 (B) 1344 (C) 336 (D) इनमें से कोई नहीं
17. एक सन्दूक में 2 भिन्न सफेद, 3 भिन्न काली और 4 भिन्न लाल गेंदें हैं। सन्दूक में से 3 गेंदों को निकालने पर कुल तरीके, जबकि प्रत्येक चयन में कम से कम एक काली गेंद सम्मिलित है, होंगे—
 (A) 210 (B) 462 (C) 151200 (D) 332640
18. एक दो मंजिला बस में ऊपरी मंजिल पर 13 तथा निचली मंजिल पर 7 व्यक्ति बैठ सकते हैं। यदि 5 व्यक्ति ऊपर बैठने से मना करते हैं। तथा 8 व्यक्ति नीचे बैठने से मना करते हैं, तो इन्हें। कितने प्रकार से बैठाया जा सकता है—
 (A) 60 (B) 64 (C) 56 (D) इनमें से कोई नहीं
19. 9 अलग-अलग खिलाड़ियों विभिन्न आयु वर्ग के 4 बच्चों में कितने तरीकों से बांटे जा सकते हैं यदि 3 बड़े बच्चों को सम संख्या में खिलाड़ियों मिलके और छोटे बच्चे को एक खिलाड़ी ज्यादा मिलता है।
 (A) 25 (B) 21 (C) 18 (D) 15
20. संख्या $a^p b^q c^r d^s$ (जहाँ a,b,c,d अभाज्य संख्याएँ और p,,r,s $\in N$ हैं) के 1 और स्वयं के आलवा भाजकों की संख्या है—
 (A) $\frac{(5!)^2}{8}$ (B) $\frac{9!}{2}$ (C) $\frac{9!}{3!(2!)^3}$ (D) इनमें से कोई नहीं
21. संख्या $a^p b^q c^r d^s$ (जहाँ a,b,c,d अभाज्य संख्याएँ और p,,r,s $\in N$ हैं) के 1 और स्वयं के आलवा भाजकों की संख्या है—
 (A) p q r s (B) (p + 1) (q + 1) (r + 1) (s + 1) - 4
 (C) p q r s - 2 (D) (p + 1) (q + 1) (r + 1) (s + 1) - 2
22. 21600 कितने भाजक 10 से विभाजित है लेकिन 15 से नहीं ?
 (A) 10 (B) 30 (C) 40 (D) इनमें से कोई नहीं
23. $2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^3 \cdot 7^2$ के भाजकों का योगफल है —
 (A) $2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^4 \cdot 7^3$ (B) $2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^4 \cdot 7^3 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
 (C) $2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^4 \cdot 7^3 - 1$ (D) इनमें से कोई नहीं
24. संख्या 27720 के दो सहअभाज्य गुणनखण्डों में कितने तरीकों से विभाजित किया जा सकता है —

24. (A) 15 (B) 16 (C) 25 (D) 49
 3 व्यक्ति एक साधारण पासे को कितनी तरीकों से फेंक सकते हैं यदि उनका कुल स्कोर 11 रहे –
25. (A) 27 (B) 25 (C) 29 (D) 18
 यदि किसी विशेष ब्राण्ड की सभी चाकलेट सर्वसम हों, तो बाजार में उपलब्ध 8 विभिन्न ब्राण्डों में 6 चाकलेट कितने तरीकों से चुनी जा सकती है –
26. (A) ${}^{13}C_6$ (B) ${}^{13}C_8$ (C) 8^6 (D) इनमें से कोई नहीं
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 30$ के धनात्मक पूर्णांक हलों की संख्या है–
- (A) 25 (B) 26 (C) 27 (D) 28

एक से अधिक विकल्प सही

27. ${}^{2n}P_n$ का मान है –
 (A) $(n+1)(n+2)\dots(2n)$ (B) $2^n [1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)]$ (C) $(2) \cdot (6) \cdot (10) \dots (4n-2)$ (D) $n! ({}^{2n}C_n)$
28. एक परीक्षा में, एक परीक्षार्थी को उन सभी चार विषयों में पास होना आवश्यक है। जिन्हें वह पढ़ रहा है। वह कितने तरीकों से फेल हो सकता है –
 (A) ${}^4P_1 + {}^4P_2 + {}^4P_3 + {}^4P_4$ (B) $4^4 - 1$ (C) $2^4 - 1$ (D) ${}^4C_1 + {}^4C_2 + {}^4C_3 + {}^4C_4$
29. पाकिस्तान के खिलाफ एक क्रिकेट मैच में अजहर, जडेजा से पहले बॅटिंग करना चाहता है और जडेजा, गांगुली से पहले बॅटिंग करना चाहता है। यदि शेष आठ खिलाड़ी किसी भी क्रम पर बल्लेबाजी के लिए तैयार हों, तो सम्भावित बल्लेबाजी क्रमों की संख्या है–
 (A) $\frac{11!}{3!}$ (B) ${}^{13}C_3 \cdot 8!$ (C) $\frac{11!}{3}$ (D) इनमें से कोई नहीं
30. यदि अक्षर C एक दूसरे से अलग रहें। तो अक्षरों AAAAA, BBB, CCC, D, EE और F को एक पंक्ति में व्यक्ति करने के तरीकों है–
 (A) ${}^{13}C_3 \cdot \frac{12!}{5!3!2!}$ (B) $\frac{13!}{5!3!3!2!}$ (C) $\frac{14!}{3!3!2!}$ (D) $11 \cdot \frac{13!}{6!}$
31. एक समतल में 12 बिन्दु हैं। जिनमें से 5 संरेखीय हैं। इन बिन्दुओं के शीर्ष मानकर बनाये जा सकने वाले चतुर्भुजों की संख्या है
 (A) 7P_3 (B) 7P_3 (C) $10 {}^7C_3$ (D) 420
32. 200 विभिन्न वस्तुओं को 100 युग्मों में कितने तरीकों से विभाजित किया जा सकता है–
 (A) $\frac{200!}{2^{100}}$ (B) $\left(\frac{101}{2}\right)\left(\frac{102}{2}\right)\left(\frac{103}{2}\right)\dots\left(\frac{200}{2}\right)$ (C) $\frac{200!}{2^{100}(100)!}$ (D) $(1 \cdot 3 \cdot 5 \dots 199)$
33. एक नर्सरी कक्षा की शिक्षिका की कक्षा में 25 बच्चे हैं। वह उनको 5-5 के समूह के चिड़ियाघर दिखाने ले जाती है। जबकि उन्हीं 5 बच्चों के समूह को एक से अधिक बार न ले जाया जाए, तो शिक्षिका के उन भ्रमणों की संख्या ज्ञात करो, जो एक बच्चे के भ्रमण की संख्या से अधिक हों –
 (A) ${}^{25}C_5 - {}^{24}C_4$ (B) ${}^{24}C_5$ (C) ${}^{25}C_5 - {}^{24}C_5$ (D) ${}^{24}C_4$

1-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. पाँच पत्तों पर संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5 लिखी जाती हैं। तीन पत्तों को एक के पास एक (side by side) रखकर 3 अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती हैं ?
2. अंकों 1, 2, 3, 4, 5 से 3 अंकों की कितनी सम संख्याएँ बनाई जा सकती हैं। यदि अंकों की पुनरावृत्ति हो सकती है।
3. दो स्थानों A और B के बीच 10 बसे संचालित होती हैं। एक व्यक्ति स्थान A से स्थान B पर जाकर वापस स्थान A पर कितने तरीकों से आ सकता है यदि वह वापसी से दूसरी बस का उपयोग करें।
4. कागज की पर्चियों पर 0 से 9 तक अंक लिखकर एक बक्से में डाल दी जाती है। बक्से में से यादृच्छिक रूप से 4 पर्चियाँ निकालकर क्रम से रखी जाती हैं। सम्भावित नतीजों की संख्या कितनी होगी ?
5. अंकों की बिना पुनरावृत्ति के 6 अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती हैं, जो 21 से समाप्त होती हैं। (eg. 537621)
6. एक सिक्के को n बार उछालने पर प्राप्त नतीजों की संख्या कितनी होगी।
7. (i) यदि $\frac{1}{9!} + \frac{1}{10!} = \frac{x}{11!}$ हो, तो 'x' का मान ज्ञात कीजिए। (ii) यदि ${}^nP_5 = 42$, nP_3 , हो, तो 'n' का मान ज्ञात कीजिए।
8. 'MONDAY' शब्द के सभी अक्षरों का उपयोग करते हुए कितने शब्द बनाए जा सकते हैं। जबकि प्रत्येक शब्द एक व्यंजन (consonant) से प्रारम्भ होता है।
9. 1 से 1000 के बीच ऐसी प्राकृत संख्याओं की संख्या ज्ञात कीजिए जिनमें एक भी अंक की पुनरावृत्ति नहीं होती है।
10. 'DAUGHTER' शब्द के अक्षरों से कितने शब्द बनाए जा सकते हैं। जबकि सभी स्वर (vowels) एक साथ न आयें।

11. एक संख्यात्मक ताले के 4 डायल है। प्रत्येक डायल में 0, 1, 2, , 9 तक अंक है। ताले को खोलने के अधिकतम असफल प्रयासों की संख्या कितनी है ?
12. यदि 'AGAIN' शब्द के सभी अक्षरों को सभी सम्भव तरीकों के व्यवस्थित कर शब्दकोष क्रम में रखा जाये, तो 50 वाँ शब्द कौनसा होगा ?
13. 3 सफेद, 4 नीले और 1 लाल फूल में से एक के बाद एक फूल को निकालकर उन्हें। एक पंक्ति में व्यवस्थित किया जाता है। ऐसी कितनी विभिन्न व्यवस्थाएँ सम्भव है ? (समान रंग के फूल समान है)
14. 'यदि कोई भी I साथ-साथ नहीं आते हों, तो शब्द MISSISSIPPI के सभी अक्षरों से कितने शब्द बनाए जा सकते है ?
15. एक गोल मेज के चारों ओर 5 व्यक्ति कितने तरीकों से बैठ सकते है। यदि इनमें से दो व्यक्ति एक साथ नहीं बैठते है।
16. चार पुरुष तथा तीन महिलाएँ एक गोल के चारों ओर कितने प्रकार से बैठ सकते है। जबकि सभी महिलाएँ साथ में बैठे।
17. A, B, C सदि ज्ञात व्यक्ति एक गोल मैज के चारों ओर कितने प्रकार से बैठ सकते है। जबकि B सदैव A तथा C के मध्य हो।
18. (i) यदि ${}^nC_3 = {}^nC_5$ हो, तो nC_2 का मान ज्ञात कीजिए। (ii) यदि ${}^{2n}C_3 : {}^nC_3 = 11 : 1$ हो, तो 'n' का मान ज्ञात कीजिए।
 (iii) यदि ${}^{n-1}C_r : {}^nC_r : {}^{n+1}C_r = 6 : 9 : 13$ हो, तो n और r के मान ज्ञात कीजिए।
19. 6 व्यक्ति एक कमरे में मिलते है। और एक दूसरे से हाथ मिलाते है, तो हाथ मिलने की प्रक्रिया की कुल संख्या कितनी होगी?
20. 6 लड़कों और 3 लड़कियों में से 6 व्यक्तियों की एक समिति कितने तरीकों से बनाई जा सकती है यदि समिति में कम से कम दो लड़के और कम से कम दो लड़कियों को अवश्य शामिल किया जाये।
21. 15 खिलाड़ियों में से 11 खिलाड़ियों की एक टीम कितने तरीकों से चुनी जा सकती है यदि इन खिलाड़ियों में से केवल 6 खिलाड़ी गेंदबाजी कर सकते है। अंतिम 11 खिलाड़ियों में कम से कम 4 गेंदबाज अवश्य शामिल किये जायें।
22. एक प्रश्न पत्र में दो भाग है भाग A और भाग B तथा प्रत्येक भाग में 5 प्रश्न है। एक छात्र 6 प्रश्नों के उत्तर कितने तरीकों से दे सकता है यदि उसे प्रत्येक भाग में से कम से कम दो प्रश्न अवश्य करते है।
23. अंक 1,2,3,4 से चार अंकों की कितनी प्राकृत संख्याएँ बनाई जा सकती है जो 4321 से बड़ी नहीं हो, जबकि अंकों की पुनरावृत्ति हो सकती है।
24. 10 व्यक्तियों में से 6 की एक समिति कितने तरीकों से बनाई जा सकती है यदि एक विशेष व्यक्ति 'A' को चुना जाता है, तो दूसरे विशेष व्यक्ति 'B' को अवश्य चुनना होगा।
25. 4 लड़कियों और 7 लड़कों में से 5 की एक टीम कितने तरीकों से चुनी जा सकती है यदि टीम में कम से कम 3 लड़कियाँ अवश्य हो।
26. 52 पत्तों की एक गड्डी में से 5 पत्ते कितने तरीकों से चुने जा सकते है। यदि प्रत्येक चयन में से कम से कम एक बादशाह अवश्य आये।
27. 15 विभिन्न वस्तुओं को A, B तथा C में कितने प्रकार से बाँटा जा सकता है, जबकि A को 3, B को 5 तथा शेष वस्तुएँ C को देते हो।
28. 8 विभिन्न वस्तुओं को दो बच्चों में समान रूप से कितने प्रकार से बाँट सकते है।
29. (a) कितने प्रकार से 5 व्यक्तियों के समूह को 3 समूहों में बाँटा जा सकता है।
 (b) कितने प्रकार से 5 व्यक्तियों को 3 विभिन्न कमरों में बाँटा जा सकता है यदि कोई कमरा खाली न हो।
 (c) 5 व्यक्तियों को 3 कमरों में कितने प्रकार से व्यवस्थित किया जाये कि कोई कमरा खाली न हों।
30. TRIPLE शब्द से कम से कम एक स्वर तथा एक व्यंजन का कितने प्रकार से चयन कर कसते है।
31. कितने प्रकार से अक्षरों AAAABBBCCCDEF से एक या अधिक अक्षरों का चुनाव किया जा सकता है।
32. समीकरण $x + y + x = -12$ के ऋणात्मक पूर्णांक हलों की संख्या ज्ञात कीजिए।
33. छः एक समान हरी, छः एक समान नीली तथा छः एक समान लाल वस्तुओं को दो व्यक्तियों में कितने प्रकार से बाँट सकते है।, जबकि प्रत्येक समान संख्या में वस्तुएँ प्राप्त करता हो।
34. $xyz = 30$ के प्राकृत हलों की संख्या ज्ञात कीजिए।
35. 1980 के भाजकों की संख्या ज्ञात कीजिए, उनमें से कितने 11 के गुणज है, भी ज्ञात कीजिए।
36. 20! में 3 का घातांक ज्ञात कीजिए।
37. 45! के अंत में शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।
38. एक व्यक्ति अपने 5 मित्रों को पत्र लिखता है और संगत लिफाफो पर पते लिखता है। कितने प्रकार से ये पत्र लिफाफे में रखे जा सकते है ताकि
 (a) सभी पत्र गलत लिफाफों में हो।
 (b) कम से कम तीन गलत लिफाफों में हों।

Exercise - 2

2-A (बहुविकल्पीय प्रश्न)

केवल एक विकल्प सही

1. लन्दन से कैम्ब्रिज जाने वाली ट्रेन 12 माध्यमिक स्टेशनों पर रुकती है। यात्रा के दौरान समान श्रेणी के 75 टिकटों सहित 75 यात्री ट्रेन में प्रवेश करते है।, तो इन टिकटों के कितने अलग-अलग बनाए जा सकते है।

2. भारत और पाकिस्तान एक हॉकी श्रृंखला तब तक खेलते हैं। जब तक कि एक टीम 5 मैच नहीं जीत जाती है। यदि एक भी मैच ड्रा नहीं हो, तो भारत यह श्रृंखला कितने तरीकों से जीत सकता है। ?
 (A) ${}^{78}C_3$ (B) ${}^{91}C_{75}$ (C) ${}^{84}C_{75}$ (D) इनमें से कोई नहीं
3. एक रात्रिभोज में 12 मेहमानों को एक गोल मेज पर बिठाया जाता है। माना कि मालिक और मालकिन आमने-सामने निश्चित सीटों पर बैठते हैं और दो विशेष मेहमान सदैव साथ-साथ बैठते हैं, तो सम्पूर्ण समूह को कितने तरीकों से बिठाया जा सकता है ? (A) 20 . 10! (B) 22 . 10! (C) 44 . 10! (D) इनमें से कोई नहीं
4. छः व्यक्तियों A, B, C, D, E और F को एक गोल मेज के चारों ओर कितने तरीकों से बैठाया जा सकता है। यदि A के दांयी ओर B या C बैठते हैं। और B के दांयी ओर C या D बैठते हैं।
 (A) 36 (B) 12 (C) 24 (D) 18
5. एक क्रिकेट टीम के 16 खिलाड़ियों में 4 गेंदबाज और 2 विकेट कीपर हैं। 11 खिलाड़ियों की एक टीम कितने तरीकों से बनायी जा सकती है। जिसमें कम से कम 3 गेंदबाज और कम से कम एक विकेट-कीपर हो।
 (A) 2400 (B) 2472 (C) 2500 (D) 960
6. 15 सेब और 10 संतरो को तीन व्यक्तियों में कितने तरीकों से बांटा जा सकता है यदि प्रत्येक व्यक्ति को शून्य, एक या अधिक मिले। (A) 5670 (B) 7200 (C) 8976 (D) इनमें से कोई नहीं
7. SERIES शब्द के अक्षरों में से 3 अक्षरों को एक साथ लेकर बनाए जा सकने वाले क्रमचयों की संख्या है:
 (A) 120 (B) 60 (C) 42 (D) इनमें से कोई नहीं
8. 7 विभिन्न सिक्के तीन व्यक्तियों में बांटे जाते हैं। यदि किन्ही भी दो व्यक्तियों को समान संख्या में सिक्के नहीं मिलते हैं। लेकिन प्रत्येक को कम से कम एक सिक्का मिलता है और कोई सिक्का शेष नहीं रहता है, तो इन सिक्कों को कितने तरीकों से बांटा जा सकता है : (A) 420 (B) 630 (C) 710 (D) इनमें से कोई नहीं
9. एक शहर की गलियों को शतरंज की बिसात की रेखाओं की तरह व्यस्थित किया गया है। उत्तर से दक्षिण की ओर जाने वाली m गलियाँ हैं और पूर्व से पश्चिम की ओर जाने वाली n गलियाँ हैं। एक व्यक्ति उत्तर-पश्चिम कोने के दक्षिण-पूर्व कोने तक कितने तरीकों से जा सकता है जबकि वह न्यूनतम सम्भावित दूरी से जाये।
 (A) $\sqrt{m^2 + n^2}$ (B) $\sqrt{(m-1)^2 \cdot (n-1)^2}$ (C) $\frac{(m+n)!}{m! \cdot n!}$ (D) $\frac{(m+n-2)!}{(m-1)! \cdot (n-1)!}$
10. 9 विवाहित युगलों को मिश्रित युगल टेनिस कितने प्रकार से खिलाया जा सकता है यदि पति और पत्नी एक ही समूह में नहीं खेल सकते हैं। ?
 (A) 756 (B) 3024 (C) 1512 (D) 6048
11. दिये गये चित्र के वर्गों में पाँच X कितने प्रकार से राखे जा सकते हैं। ताकि कोई भी पंक्ति खाली न रहे।
 (A) 97 (B) 44 (C) 100 (D) 126
12. एक सम्मेलन में 10 वक्ता उपस्थित हैं। यदि वक्ता S_1, S_2 से पहले बोलना चाहता है और S_2, S_3 के बाद बोलना चाहता है और यदि शेष सात वक्ता किसी भी स्थान पर बोल सकते हैं, तो सभी 10 वक्ता अपने भाषण कितने प्रकार से दे सकते हैं। ?
 (A) ${}^{10}C_3$ (B) ${}^{10}P_8$ (C) ${}^{10}P_3$ (D) $\frac{10!}{2}$
13. यदि शब्द "QUEUE" के अक्षरों से निर्मित सभी शब्दों को शब्दकोष के क्रमानुसार व्यस्थित किया जाये, तो शब्द QUEUE का क्रम है :
 (A) 15th (B) 16th (C) 17th (D) 18th
14. एक प्रश्न पत्र के दो कोड 12 विद्यार्थियों में बाँटे जाते हैं, तो इन विद्यार्थियों को दो पंक्तियों में कितने प्रकार से बिठाया जा सकता है कि पंक्ति में आने वाले प्रत्येक विद्यार्थी के दोनों तरफ के विद्यार्थियों को अलग प्रश्न पत्र मिले तथा प्रत्येक स्तम्भ के सभी विद्यार्थियों को समान प्रश्न पत्र मिले।
 (A) $\frac{12!}{6!6!}$ (B) $\frac{(12)!}{2^5 \cdot 6!}$ (C) $(6!)^2 \cdot 2$ (D) $12! \times 2$
15. अंकों 2, 3, 3, 4, 4, 4 से निर्मित संख्याओं का योग है—
 (A) 22222200 (B) 11111100 (C) 55555500 (D) 20333280
16. एक कमरे में छः विवाहित युगल बैठे हुए हैं। इनमें से चार व्यक्ति कितने तरीके से चुने जा सकते हैं। ताकि इन चारों में ठीक एक विवाहित युगल आए।
 (A) 240 (B) 255 (C) 360 (D) 480
17. एक पुस्तकालय में गणित, भौतिकी, रसायन शास्त्र और अंग्रेजी प्रत्येक की 10 पुस्तकें हैं। यदि एक विषय की सभी पुस्तकें एक समान हो, तो पुस्तकालय में से 8 पुस्तकें चयन करने के कुल तरीके हैं—
 (A) ${}^{13}C_4$ (B) ${}^{13}C_3$ (C) ${}^{11}C_4$ (D) ${}^{11}C_3$
18. 1 और 10^6 के बीच कितने पूर्णांक स्थित हैं। जिनके अंकों का योग 12 है :

- (A) 8550 (B) 5382 (C) 6062 (D) 8055
19. एक निशानेबाजी प्रतियोगिता में एक व्यक्ति प्रत्येक निशाने के लिए 0, 2 या 4 अंक प्राप्त कर सकता है। वह 5 निशानों में 14 अंक कितने तरीकों से प्राप्त कर सकता है। ?
- (A) 20 (B) 24 (C) 30 (D) इनमें से कोई नहीं
20. ताश के 52 पत्तों को 4 व्यक्तियों में समान रूप से कितने तरीकों से बांटा जा सकता है। जबकि प्रत्येक व्यक्ति को समान प्रकार (same suit) के इक्का, बादशाह, बेगम और गुलाम मिलते हैं।
- (A) $\frac{36!}{(9!)^4}$ (B) $\frac{36!.4!}{(9!)^4}$ (C) $\frac{36!}{(9!)^4 \cdot 4!}$ (D) इनमें से कोई नहीं
21. एक बक्से में गेंदे जिनमें से सभी अलग-अलग रंग की हो सकती है। या तीन-तीन के रंग समान हो सकते हैं। या दो-दो रंग समान हो सकते हैं। यदि समान रंग की गेंदे सर्वसम हो, तो बक्से में से 3 गेंदे चुनने के तरीके हैं।—
- (A) 60 (B) 31 (C) 30 (D) इनमें से कोई नहीं
22. 2 भारतीय, 3 अमेरिकन, 3 इटालियन और 4 फ्रेंच एक वृत्त में कितने तरीकों से बैठ सकते हैं। यदि समान राष्ट्रियता के व्यक्ति एक साथ बैठना चाहते हैं।
- (A) $2 \cdot (4!)^2 (3!)^2$ (B) $2 \cdot (3!)^3 \cdot 4!$ (C) $2 \cdot (3!)(4!)^3$ (D) इनमें से कोई नहीं
23. "ALASKA" शब्द के अक्षरों को एक वृत्त में कितने तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है जबकि दक्षिणवर्त और वामावर्त क्रम को अलग-अलग माना जाता है।
- (A) 60 (B) 40 (C) 20 (D) इनमें से कोई नहीं
24. माना P_n एक पंक्ति में बैठे हुए 'n' व्यक्तियों में से 3 व्यक्तियों के चयन करने के कुल तरीकों को प्रदर्शित करता है जबकि उनमें से कोई भी दो क्रमागत नहीं है और Q_n उन संगत तरीकों को प्रदर्शित करता है जबकि वे एक वृत्त में बैठे हो। यदि $P_n - Q_n = 6$ हो, तो 'n' = (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12

एक से अधिक विकल्प सही

25. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq n$ (जहाँ n एक धनात्मक पूर्णांक है।) क अऋणात्मक पूर्णांक हलों की संख्या है—
- (A) ${}^{n+3}C_3$ (B) ${}^{n+4}C_4$ (C) ${}^{n+5}C_5$ (D) ${}^{n+4}C_n$
26. एक विद्यार्थी को एक परीक्षा में 13 प्रश्नों में 10 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। वह कितने तरीकों से उत्तर दे सकता है यदि उसे प्रथम 5 प्रश्नों में से कम से कम 3 के उत्तर देना आवश्यक है।
- (A) 276 (B) 267
 (C) ${}^{13}C_{10} - {}^5C_3$ (D) ${}^5C_3 \cdot {}^8C_7 + {}^5C_4 \cdot {}^8C_6 + {}^8C_5$
27. विभिन्न रंगों (काली, सफेद, लाल....) की 8 गेंदों को एक पंक्ति में कितने तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है यदि विशेष रंग की दो गेंदे (मानाकि लाल और सफेद) कभी भी एक साथ न आयें।
- (A) $8! - 2 \cdot 7!$ (B) $6 \cdot 7!$ (C) $2 \cdot 6! \cdot {}^7C_2$ (D) इनमें से कोई नहीं
28. एक सिनेमाघर की प्रथम पंक्ति में 10 सीटों पर चार व्यक्तियों को मिलाने तरीकों से बैठाया जा सकता है, जबकि कोई भी दो व्यक्ति पास-पास न बैठें।
- (A) 7C_4 (B) $4 \cdot {}^7P_3$ (C) ${}^7C_3 \cdot 4!$ (D) 840
29. संख्याओं 1,2,3.....n में से समान्तर श्रेणी में 3 संख्याएँ कितने प्रकार से चुनी जा सकती है :
- (A) $\left(\frac{n-1}{2}\right)^2$ यदि n सम है। (B) $\frac{n(n-2)}{4}$ यदि n विषम है। (C) $\frac{(n-1)^2}{4}$ यदि n विषम है। (D) $\frac{n(n-2)}{4}$ यदि n सम है।
30. 10 विद्यार्थियों को 3 टीमों में कितने प्रकार से विभाजित किया जा सकता है। यदि एक टीम में 4 विद्यार्थी हैं। और शेष दो में प्रत्येक में 3 विद्यार्थी हो।
- (A) $\frac{10!}{4!3!3!}$ (B) 2100 (C) ${}^{10}C_4 \cdot {}^5C_3$ (D) $\frac{10!}{6!3!3!} \cdot \frac{1}{2}$

2-B (विषयात्मक प्रश्न)

1. एक परिवार में एक दादाजी, m बेटे-बेटियाँ और 2n पोते-पोतियाँ हैं। वे डिनर के लिए एक पंक्ति में बैठते हैं। पोते-पोतियाँ प्रत्येक सिरों की n सीटों पर बैठना चाहते हैं। और दादाजी नहीं चाहते कि उनके किसी भी तरफ कोई पोता या पोती बैठे। कितने तरीकों से यह परिवार बैठ सकता है ?
2. त्रिभुज ABC की भुजाओं AB, BC और CA पर क्रमशः 3, 4 और 5 अभ्यान्तर बिन्दु (interior points) स्थित हैं। इन बिन्दुओं को शीर्ष मानकर कितने त्रिभुज बनाए जा सकते हैं। ?

3. अंकों 0, 1, 2, 3, 4, 7 और 8 का उपयोग करते हुए 3 से विभाजित 5 अंकों की कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती है। जबकि प्रत्येक अंक का उपयोग अधिकतम 1 बार हो।
4. n अंकों के कितने धनात्मक पूर्णांक सम्भव हैं। जिनका प्रत्येक अंक 1, 2 या 3 हो। इनमें से ऐसी कितनी संख्याएँ होंगी जिनमें 1, 2, 3 में से प्रत्येक अंक कम से कम एक बार आये।
5. **MULTIPLE** शब्द के अक्षरों को कितने तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है। जबकि
 (i) स्वरों का क्रम अपरिवर्तित रहै।
 (ii) प्रत्येक स्वर का स्थान निश्चित रहै।
 (iii) स्वरों और व्यंजनों का सापेक्ष क्रम/स्थान अपरिवर्तित रहै।
6. दो रेलवे स्टेशनों के बीच p माध्यमिक स्टेशन हैं। एक ट्रेन इन माध्यमिक स्टेशनों में से 3 पर कितने तरीकों से रुक सकती है यदि इनमें से कोई भी 2 स्टेशन क्रमागत नहीं हो।
7. 8 विभिन्न सेब 3 लड़कों में कितने प्रकार से बांटे जा सकते हैं। जबकि प्रत्येक लड़के को कम से कम एक और अधिक से अधिक 4 सेब मिलते हैं।
8. यदि 'n' विभिन्न वस्तुएँ एक वृत्त में व्यवस्थित की जायें, तो प्रदर्शित कीजिए कि इनमें से 3 वस्तुएँ चुनने के तरीके $\frac{1}{6} n(n-4)$ (n -) है जबकि चुनी गई वस्तुओं में से कोई भी दो पास-पास नहीं है।
9. महत्तम पूर्णांक 'n' ज्ञात कीजिए जिसके लिए $35!$, 3^n से विभाजित है।
10. प्रदर्शित कीजिए कि $3n$ पत्रों (जिनमें से n , a प्रकार के हैं। n , b प्रकार के हैं। तथा शेष भिन्न है।) में से n पत्रों के $(n+2) \cdot 2^{n-1}$ संग्रह बनाये जा सकते हैं।
11. (i) $x^2 - y^2 = 352706$ और (ii) $xyz = 21600$ के धनात्मक पूर्णांक हलों की संख्या ज्ञात कीजिए।
12. एक समतल में 'n' सरल रेखाएँ हैं जिनमें से कोई भी दो समान्तर नहीं है और कोई भी तीन समान बिन्दु से नहीं गुजरती है। उनके प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मिलाया जाता है। प्रदर्शित कीजिए कि इस प्रकार नयी सरल रेखाओं की संख्या $\frac{1}{8} n(n-1)(n-2)(n-3)$ है।

Exercise - 3

3-A (स्तम्भ मिलान)

1. माना शब्द "HONOLULU" है।

स्तम्भ I	स्तम्भ II
(A) दिये गए शब्द के अक्षरों के उपयोग से बनने वाले उन शब्दों की संख्या जिनमें व्यंजन एवं स्वर एकान्तर क्रम में आते हो, है—	(p) 26
(B) स्वरों का क्रम बिना परिवर्तित किए बनने वाले शब्दों की संख्या है—	(q) 144
(C) दिये गए शब्द से 4 अक्षरों का उपयोग करके बनाए जाने वाले शब्दों की संख्या है—	(r) 840
(D) शब्दों की संख्या जिसमें दो O's साथ-साथ लेकिन U's अलग-अलग हो, है—	(s) 900
2. **स्तम्भ I** **स्तम्भ II**

(A) 3 केले, 4 सेब और 2 सन्तरो में से फल चुनने के कुल तरीके हैं —	(p) 50 के ज्यादा
(B) यदि कुल 12 बिन्दुओं में से 7 बिन्दु एक ही सरल रेखा पर हैं, तो इनसे बनने वाले त्रिभुजों की संख्या है—	(q) 100 के ज्यादा
(C) लाल, काली, सफेद और हरी गेंदों की असीमित संख्या में से 10 गेंदें चुनने के तरीकों की संख्या है—	(r) 150 से ज्यादा
(D) 38808 के उचित भाजाकों (proper divisors) की कुल संख्या है—	(s) 200 से ज्यादा

3-B (कथन/कारण)

3. कथन-1: $\frac{(n+1)}{(n-1)}$, कुछ $n \in \mathbb{N}$ के लिए 6 से विभाजित है।

कथन-2: तीन क्रमागत पूर्णाकों को गुणनफल 3! से विभाजित होता है।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

4. कथन-1 : 8 वृत्तों के अधिकतम प्रतिच्छेद बिन्दुओं की संख्या 56 है।

कथन-2: 4 वृत्तों और 4 सरल रेखाओं के अधिकतम प्रतिच्छेद बिन्दु 50 है।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

5. कथन-1: यदि 6 पत्र $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ और उनके संगत 6 लिफाफे $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ है। विषम अंकों को पत्र विषम अंक वाले लिफाफे में रखे जाते हैं। तथा सम अंक के पत्रों को सम अंक वाले लिफाफे में रखे जाते हैं। ताकि कोई भी पत्र सही लिफाफे में न रखा जाये तब विन्यासों की संख्या 4 है।

कथन-2: यदि $P_n = n$ पत्रों को n संगत लिफाफों में रखने के तरीके है ताकि कोई भी पत्र सही लिफाफे में न जाये, तब

$$P_n = n! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{(1)^n}{n!} \right)$$

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

6. कथन-1: K का अधिकतम मान जब $(50)^k, 100!$ को विभाजित करें 2 है।

कथन-2: यदि P एक अभाज्य संख्या है तब $n!$ की P की घात $\left[\frac{n}{p} \right] + \left[\frac{n}{p^2} \right] + \left[\frac{n}{p^3} \right] \dots$ के बराबर है।

जहाँ $[\dots]$ महत्तम पूर्णांक फलन है।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

7. कथन-1: एक 5 अंकों की 3 से विभाज्य संख्या अंकों 0, 1, 2, 3, 4, 5 से पुनरावृत्त के साथ बनाई जाता है संख्याओं की कुल संख्या 216 है।

कथन-2: यदि अंकों का योग 3 से विभाज्य है तब संख्या भी 3 से विभाज्य होनी चाहिए।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

8. कथन-1: यदि $f : \{a,b,c,d,e\} \rightarrow \{a,b,c,d,e\}$, f आच्छादक है और $f(x) \neq x$ प्रत्येक $x \in \{a,b,c,d,e\}$, 44 के बराबर है।

कथन-2: n वस्तुओं की पुनर्विन्यास की संख्या है $n! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{(1)^n}{n!} \right)$

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है ; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है।

.....

3-C (अनुच्छेद)

9. अनुच्छेद
 8 सरकारी और 4 गैर-सरकारी सदस्य हैं, इन 12 सदस्यों में से 5 सदस्यों की एक समिति बनाई जाती है। तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
- 9.1 3 सरकारी और 2 गैर-सरकारी सदस्यों को लेकर बनाई जाने वाली समितियों की संख्या है –
 (A) 363 (B) 336 (C) 236 (D) 326
- 9.2 कम से कम दो गैर-सरकारी सदस्यों को लेकर बनाई जाने वाली समितियों की संख्या है—
 (A) 456 (B) 546 (C) 654 (D) 466
- 9.3 एक विशेष सरकारी सदस्य को सभी सम्मिलित नहीं करते हुए बनाई जाने वाली समितियों की संख्या है—
 (A) 264 (B) 642 (C) 266 (D) 462
10. अनुच्छेद
 माना कि n , शब्द "RESONANCE" के अक्षरों को व्यवस्थित करने के उन तरीकों की संख्या है जिनमें स्वर सम स्थानों पर आते हैं और m , शब्द "RESONANCE" के अक्षरों को व्यवस्थित करने के उन तरीकों की संख्या है जिन में अक्षर R,S,O,A, इसी क्रम में आते हैं।, तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—
- 10.1 n का मान है — (A) 360 (B) 720 (C) 240 (D) 840
- 10.2 m का मान है — (A) 3780 (B) 3870 (C) 3670 (D) 3760
- 10.3 n में 5 का घातांक है— (A) 88 (B) 178 (C) 358 (D) इनमें से कोई नहीं

3-D (सत्य/असत्य कथन)

11. उन तरीकों की संख्या जिनमें अंग्रेजी वर्णमाला के पाँच स्वरों तथा इस दशमलव अंकों को एक पंक्ति में इस तरह व्यवस्थित किया जाए कि दो स्वरों के मध्य विषम संख्या में अंक आयें तथा दोनों सिरों पर स्वर आयें 20 (10!) (5!) होती है।
12. एक 12 मंजिला मकान की लिफ्ट में 10 व्यक्ति चढ़ते हैं। यह सुनिश्चित कर दिया जाता है कि व्यक्ति लिफ्ट से 2, 3 तथा 5 के समूहों में अलग अलग मंजिल पर उतरेंगे। यह कार्य 720 तरीकों से किया जा सकता है यदि लिफ्ट दूसरी मंजिल तक नहीं रुकती हो।
13. $2m$ सफेद काउन्टर तथा $2n$ लाल काउन्टरों को एक केन्द्रीय चिन्ह के दोनों तरह एक सरल रेखा में इस तरह व्यवस्थित करते हैं। कि प्रत्येक तरफ $(m + n)$ काउन्टर आयें तो व्यवस्थित करने के उन तरीकों की संख्या जबकि व्यवस्थापन केन्द्रीय चिन्ह के दोनों तरफ सममित हो $^{2m+2n}C_{2m}$ होते हैं।
14. तीन महिलाएँ प्रत्येक अपने एक बच्चे को विद्यालय में प्रवेश दिलाने आती हैं। प्रधानाध्यापक छः व्यक्तियों का एक के बाद एक साक्षात्कार लेना चाहता है जबकि किसी भी ममे का उसके बच्चे से पहले साक्षात्कार नहीं लिया जाता है, तो साक्षात्कार लेने के कुल तरीके 90 हैं।
15. तीन गेंदों जिन पर 1,2,3 संख्याएँ अंकित हैं। तीन बॉक्सों में जिन पर a,b,c लेबल लगे हुए हैं। 24 तरीकों से डाला जा सकता है जबकि अधिकतम 1 बॉक्स खाली रहे।

3-E (रिक्त स्थान की पूर्ति)

16. शब्द "STRANGE" के अक्षरों को सभी सम्भव तरीकों से व्यवस्थित कर शब्द बनाये जाते हैं। माना कि 'm' उन शब्दों की संख्या है जिनमें स्वर एक साथ नहीं आते हैं। और 'n' उन शब्दों की संख्या है जिनमें स्वर एक साथ आते हैं, तो अनुपात $m : n$ _____ है।
17. अंकों 0,1,2,3,4 एवं 5 की सहायता से 5 अंकों की _____ संख्याएँ बनाई जा सकती हैं, जो 3 से विभाजित हो जबकि अंकों की पुनरावृत्ति नहीं हो सकती है।
18. एक सरल रेखा AB पर m बिन्दु स्थित हैं तथा दूसरी सरल रेखा AC पर n बिन्दु स्थित हैं। इनमें किसी में भी A सम्मिलित नहीं है। इन बिन्दुओं को शीर्ष मानकर त्रिभुज बनाये जाते हैं। जब
 (i) A शामिल नहीं है (ii) A शामिल हो सकता है। दोनों स्थितियों में त्रिभुजों की संख्या का अनुपात _____ है।
19. संख्या 94864 को _____ तरीकों से गुणनखण्डों के गुणनफल में व्यक्त किया जा सकता है।
20. यदि शतरंज के बोर्ड पर एक कीड़ा रेखाओं के अनुदिश केवल ऊपर की ओर या दांयी ओर गति कर सकता है, तो यह कीड़ा बांयी ओर के निचले कोने से दांयी ओर से उपरी कोने तक _____ तरीकों से गति कर सकता है ?
21. xyz रूप की तीन अंकों की _____ संख्याएँ होंगी जबकि $x < y$ और $z \leq y$ हो

Answers

8. C 9. B 10. D 11. C 12. C 13. C 14. A 22. B 23. C 24. C 25. BD 26. ACD 27. ABC

15. A 16. C 17. B 18. B 19. C 20. D 21. A 28. BCD 29. CD 30. BC

22. D 23. B 24. A 25. A 26. C 27. ABCD EXERCISE # 2-B

28. CD 29. AB 30. AD 31. AD 32. BCD 33. AB 1. $(2n) m! (m-1)$ 2. 205 3. 744

EXERCISE # 1-B

1. 60 2. 50 3. 90 4. ${}^{10}P_4$ 5. 7P_3

4. $3^n, 3^n - 3 \cdot 2^n + 3$

6. 2^n 7. (i) 121. (ii) 10 8. 480 9. 738

5. (i) 3359 (ii) 59 (iii) 359 6. ${}^{p-2}C_3$

10. 36000 11. 9999 12. NAAIG 13. 280 14. 7350

7. 4620 9. 15 11. (i) Zero (ii) 1260

15. 12 16. 144 17. 48

EXERCISE # 3

18. (i) 28 (iii) 6 (iii) $n = 12, r = 4$. 19. 15.

1. (A) \rightarrow (q), (B) \rightarrow (r), (C) \rightarrow (p), (D) \rightarrow (s)

20. 65 21. 1170 22. 200 23. 229 24. 154

2. (A) \rightarrow (p), (B) \rightarrow (p,q,r),
(C) \rightarrow (p,q,r,s), (D) \rightarrow (p)

25. 91 26. 886656 27. 360360 28. 70

3. B 4. B 5. A 6. D 7. D 8. A 9.1 B

29. (A) 25 (b) 150 (c) 720 30. 45 31. 479.

9.2 A 9.3 D 10.1 B 10.2 A 10.3 B 11. True

32. 55 33. 37 34. 27 35. 36, 18 36. 8 37. 10

38. (a) 44 (b) 109

12. True 13. False 14. True 15. True

EXERCISE # 2-A

1. A 2. A 3. A 4. D 5. B 6. C 7. C

16. 5 : 2 17. 216 18. $\frac{m+n-2}{m+n}$ 19. 23

8. B 9. D 10. C 11. B 12. D 13. C 14. D

20. ${}^{16}C_8$ 21. 276

15. A 16. A 17. D 18. C 19. C 20. B 21. B

MQB

.....

EXERCISE # 1 (बहुविकल्पीय प्रश्न)

.....

केवल एक विकल्प सही

1. दो अमेरिकी, दो ब्रिटिश, एक चीनी, एक डच और एक मिश्रवासी एक गोलमेज के चारों ओर कितने तरीकों से बैठ सकते हैं जबकि समान राष्ट्रियता के व्यक्ति एक साथ बैठते हैं—
 (A) 48 (B) 240 (C) 96 (D) इनमें से कोई नहीं
2. एक प्रथम श्रेणी रेल्वे कम्पार्टमेन्ट में 6 सीटें हैं। जिनमें से 3 एक तरफ और 3 दूसरी तरफ हैं। इन छः सीटों पर 7 व्यक्तियों को बिठाने के तरीके $(k) 5!$ हैं। जबकि दो विशेष व्यक्ति सदैव बैठते हैं। और एक ही तरफ ही आसन्न सीटें ग्रहण करते हैं। तो k का मान है :
 (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) इनमें से कोई नहीं

3. DEEPMALA शब्द के अक्षरों से कितने विभिन्न शब्द बनाए जा सकते हैं। यदि दो स्वर एक साथ आये और शेष दो स्वर भी साथ आये लेकिन प्रथम दो से अलग रहे :
- (A) 960 (B) 1200 (C) 2160 (D) 1440
4. एक सभ्य व्यक्ति एक रात्रिभोज में $m + n$ ($m \neq n$) मित्रों को आमंत्रित करता है और उनमें से m को एक गोल मेज और n को दूसरी गोल मेज पर बैठाता है। यदि वामावर्त और दक्षिणावर्त व्यवस्थायें को भिन्न नहीं माना गया है और दोनों मेंजों पर पर्याप्त जगह हो, तो मेहमानों को कितने प्रकार बिठाया जा सकता है ?
- (A) $\frac{(m+n)!}{4mn}$ (B) $\frac{1}{2} \frac{(m+n)!}{4mn}$ (C) $2 \frac{(m+n)!}{4mn}$ (D) इनमें से कोई नहीं
5. छः रेखाखण्ड दिये गये हैं जिनकी लम्बाइयाँ 2,3,4,5,6,7 इकाई है। इन रेखाखण्डों से बनाए जा सकने वाले त्रिभुजों की संख्या है—
- (A) ${}^6C_3 - 7$ (B) ${}^6C_3 - 6$ (C) ${}^6C_3 - 5$ (D) ${}^6C_3 - 4$
6. 11 बिन्दुओं में से 5 बिन्दु एक वृत्त पर स्थित हैं। इन पाँच बिन्दुओं के अलावा कोई भी 4 बिन्दु एक वृत्त पर स्थित नहीं है, तो ऐसे कितने वृत्त बनाए जा सकते हैं। जो दिये गये बिन्दुओं में से कम से कम तीन बिन्दुओं को समाहित करते हैं।
- (A) 216 (B) 156 (C) 172 (D) इनमें से कोई नहीं
7. चार देशों A,B,C,D सहित 9 देशों के प्रतिनिधि एक पंक्ति में बैठते हैं। यदि देशों A और B के प्रतिनिधि साथ-साथ बैठना चाहते हैं। और देशों C और D के प्रतिनिधि एक साथ नहीं बैठतना चाहते हैं, तो सभी प्रतिनिधि कितने तरीके से बैठ सकते हैं ?
- (A) 10080 (B) 5040 (C) 3360 (D) 60480
8. अंकों 1, 2, 1, 2, 0, 5 और 2 का उपयोग करते हुए 10 लाख से बड़ी और 5 से विभाजित कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती है
- (A) 120 (B) 110 (C) 90 (D) इनमें से कोई नहीं
9. m सेबों और n संतरों को एक पंक्ति में इस प्रकार रखा गया है कि दोनों किनारों पर रखे हुए फल संतरे हैं। मानाकि P कुल विन्यासों की संख्या को प्रदर्शित करता है जबकि समान प्रजाति के फल अलग-अलग हैं। और Q कुल विन्यासों की संख्या को प्रदर्शित करता है जबकि समान प्रजाति के फल एक समान हैं, तो P/Q का मान है —
- (A) ${}^nP_2 \cdot {}^mP_m$ (B) $mP_2 \cdot {}^nP_n \cdot (n-2)!$ (C) ${}^nP_2 \cdot {}^nP_n \cdot (m-2)!$ (D) इनमें से कोई नहीं
10. अनन्त पत्तों के एक समूह में से एक के बाद छः पत्ते खींचे जाते हैं। और प्रत्येक पत्ते पर -1, 0 या 1 लिख दिया जाता है। कितने विभिन्न तरीकों से वे पत्ते खींचे जा सकते हैं यदि उनके द्वारा दिखायी गयी संख्याओं का योग शून्य हो।
- (A) 111 (B) 121 (C) 141 (D) इनमें से कोई नहीं
11. पाँच अक्षरों का एक शब्द इस प्रकार बनाया जाता है कि विषम स्थानों पर आने वाले अक्षर शब्द "MATHEMATICS" के उन अक्षरों में से चुने जाते हैं। जिनकी पुनरावृत्ति नहीं हो रही है तथा सम स्थानों पर आने वाले अक्षर शब्द "MATHEMATICS" के उन अक्षरों में से चुने जाते हैं। जिनकी पुनरावृत्ति हो रही है, तो यह शब्द कितने तरीकों से बनाया जा सकता है ?
- (A) 720 (B) 540 (C) 360 (D) इनमें से कोई नहीं
12. यदि किसी पुस्तकालय में बीजगणित और अवकलन की 12 पुस्तकें हैं। और समान विषय की पुस्तकें भिन्न-भिन्न हैं। यदि उन चयनों की संख्या अधिकतम है जिनमें पत्येक चयन में प्रत्येक विषय की तीन पुस्तकें हैं, तो पुस्तकालय में बीजगणित और अवकलन की पुस्तकों की संख्या क्रमशः है—
- (A) 3 एवं 9 (B) 4 एवं 8 (C) 5 एवं 7 (D) 6 एवं 6
13. एक, दो तथा पाँच के तीन-तीन सिक्कों में से पाँच सिक्कों का चयन कितने प्रकार से किया जा सकता है जबकि समान मूल्य के सिक्के समान माने जायें—
- (A) 9 (B) 12 (C) 21 (D) इनमें से कोई नहीं

14. संख्या 121202 के अंकों से 6 अंकों की ओर कितनी संख्याएँ बनाई जा सकती है जो 5 से विभाजित नहीं हो।
 (A) 59 (B) 49 (C) 40 (D) 39
15. 2 एक सामान सफेद, 3 एक सामान लाल और 4 भिन्न प्रकार की हरी गेंदे हैं। इन सभी गेंदों को एक पंक्ति में कितने तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है जबकि कम से कम एक गेंद, सामान रंग की गेंदों से अलग रहे—
 (A) $6(7! - 4!)$ (B) $(6! - 4!)$ (C) $8! - 5!$ (D) इनमें से कोई नहीं
16. $(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^3$ के प्रसार में विभिन्न असमान पदों की संख्या है—
 (A) $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ (B) n^2 (C) ${}^nC_1 + {}^nC_2 + {}^nC_3$ (D) इनमें से कोई नहीं
17. n के भिन्न वस्तुएँ r व्यक्तियों में कितने तरीकों से बांटी जा सकती है जबकि एक व्यक्ति कितनी भी वस्तुएँ प्राप्त कर सकता है—
 (A) nC_r (B) nP_r (C) n^r (D) r^n
18. 7 लड़कों में 13 सेब कितने तरीकों से बांटे जा सकते हैं। यदि प्रत्येक लड़के को कम से कम एक सेब मिले—
 (A) ${}^{20}C_7$ (B) ${}^{12}C_6$ (C) ${}^{13}C_6$ (D) इनमें से कोई नहीं
19. 2.6.10.14 50 पदों तक का मान है —
 (A) $(100)!$ (B) $\frac{(100)!}{(50)!}$ (C) $(50)!$ (D) इनमें से कोई नहीं
20. चार पासे फेंकने पर कम से कम एक पासे पर 2 अंक आने के संभावित नतीजों की संख्या है—
 (A) 1296 (B) 625 (C) 671 (D) इनमें से कोई नहीं
21. एक चेस बोर्ड पर कुल आयतों (वर्गों सहित) की संख्या है —
 (A) 784 (B) 1296 (C) 512 (D) 1092
22. शब्द DEGREE में से चार अक्षर कितने तरीकों से चुने जा सकते हैं —
 (A) 7 (B) 6 (C) $\frac{6!}{3!}$ (D) इनमें से कोई नहीं

एक से अधिक विकल्प सही

23. सत्य कथन चुनिये —
 (A) $125!$ के अंत में उपस्थित शून्यों की संख्या 30 है।
 (B) एक टेलीग्राफ की 10 भुजाएँ हैं। और प्रत्येक भुजा की विरामावस्था के आलवा 9 भिन्न स्थितियाँ हैं, तो इससे $10^{10} - 1$ संकेत भेजे जा सकते हैं।
 (C) अंकों 0,2,2,4,4 और 5 से निर्मित 4 लाख से बड़ी संख्याओं की संख्या 90 है।
 (D) एक टेबल टेनिस प्रतियोगिता में प्रत्येक खिलाड़ी शेष सभी खिलाड़ियों के साथ खेलता है। यदि खेले गये मैचों की संख्या 5050 हो, तो प्रतियोगिता में खिलाड़ियों की संख्या 100 है।
24. एक व्यक्ति उसके एक या अधिक तमत्रों को दिनर पर आमंत्रित करना चाहता है। यदि उसके कुल 8 मित्र हों, तो वह ऐसा कितने तरीकों से कर सकता है ?
 (A) 2^8 (B) $2^8 - 1$
 (C) 8^2 (D) ${}^8C_1 + {}^8C_2 + {}^8C_3 + \dots + {}^8C_8$.
25. एक खेल, जिसमें 2 सहयोगी अन्य दोनों सहयोगियों के खिलाफ खेलते हैं। के लिए 8 व्यक्ति उपलब्ध हैं। यदि प्रत्येक सम्भव युग्म दूसरे प्रत्येक युग्म के साथ खेलता है। खेले जाने वाले कुल मैचों की संख्या है—

- (A) ${}^8C_2 \cdot {}^6C_2$ (B) ${}^8C_2 \cdot {}^6C_2 \cdot 2$ (C) ${}^8C_4 \cdot 3$ (D) $\frac{{}^8C_2 \cdot {}^6C_2}{2}$
26. एक समतल में 10 बिन्दु P_1, P_2, \dots, P_{10} हैं। जिनमें से कोई भी तीन संरेखीय नहीं है। इन बिन्दुओं से कितनी सरल रेखाएँ बनाई जा सकती है, जो बिन्दुओं P_1 और P_2 से नहीं गुजरती है—
 (A) ${}^{10}C_2 - 2 \cdot {}^9C_1$ (B) 27 (C) 8C_2 (D) ${}^{10}C_2 - 2 \cdot {}^9C_1 + 1$
27. एक महिला के 11 नजदीकी मित्र हैं। वह उनमें से 5 मित्रों को डिनर पर कितने तरीकों से आमंत्रित कर सकती है यदि उनमें दो विशेष व्यक्ति आपस में बातचीत नहीं करते हैं। और वे एक साथ डिनर पर नहीं आयेंगे—
 (A) ${}^{11}C_5 - {}^9C_3$ (B) ${}^9C_5 + 2 \cdot {}^9C_4$ (C) $3 \cdot {}^9C_4$ (D) 378
28. एक सरल रेखा पर स्थित m बिन्दुओं को दूसरी सरल रेखा पर स्थित n बिन्दुओं से जोड़ा जाता है। इस प्रकार निर्मित रेखाखण्डों के प्रतिच्छेद बिन्दुओं की संख्या है —
 (A) ${}^mC_2 \cdot {}^nC_2$ (B) $\frac{mn(m-1)(n-1)}{4}$ (C) $\frac{{}^mC_2 \cdot {}^nC_2}{2}$ (D) ${}^mC_2 + {}^nC_2$
29. 20 भुजाओं वाले एक उत्तल बहुभुज के शीर्षों को मिलाकर कितने चतुर्भुज बनाए जा सकते हैं, यदि बहुभुज की कोई भुजा चतुर्भुज की भुजा न हो।
 (A) ${}^{17}C_4 - {}^{15}C_2$ (B) $\frac{{}^{15}C_3 \cdot 20}{4}$ (C) 2275 (D) 2125

EXERCISE # 2 (विषयात्मक प्रश्न)

1. माना कि n तथा k धनात्मक पूर्णांक इस प्रकार हैं कि $n \geq \frac{k(k+1)}{2}$ समीकरण $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ को संतुष्ट करने वाले हलों (x_1, x_2, \dots, x_k) की संख्या _____ है जबकि $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, \dots, x_k \geq k$, सभी पूर्णांक हैं।
2. एक जलयान 9 नाविकों द्वारा चलाया जाता है जिनमें से 4 एक पक्ष में (stroke side), 4 दूसरे पक्ष में (row side) और 1 चलाता (steer) है। कुल 11 नाविकों में से 2 केवल एक पक्ष में (stroke side), 1 केवल दूसरे में (row side) जा सकते हैं। जबकि 3 केवल चला सकते हैं। नाविकों को जलयान पर कितने प्रकार से व्यवस्थित किया जा सकता है ?
3. $x + y + w = 20$ के धनात्मक पूर्णांक हलों की संख्या ज्ञात कीजिए जबकि :
 (i) x, y, z, w के शून्य मान सम्मिलित किये जाते हैं।
 (ii) शून्य मान सम्मिलित नहीं किये जाते हैं।
 (iii) कोई भी चर 10 से ज्यादा नहीं हो सकता और शून्य मान सम्मिलित नहीं किये जाते हैं।
 (iv) प्रत्येक चर एक विषम संख्या है।
4. "PROPOSITION" शब्द के अक्षरों से 5 अक्षर के कितने शब्द बनाए जा सकते हैं ?
5. एक दुकान पर 6 विभिन्न प्रकार की आइसक्रीम बिकती है। एक ग्राहक 4 आइसक्रीम कितने तरीकों से चुन सकता है यदि
 (i) वे सभी विभिन्न प्रकार की हैं। (ii) वे सभी विभिन्न प्रकार की नहीं हैं।
 (iii) वे ठीक 3 विभिन्न प्रकार की हैं।
 (iv) वे 2 या 3 प्रकार की हैं ?
6. माना कि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ और $B = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ है। कितने एकैकी फलन $f: A \rightarrow B$ परिभाषित किये जा सकते हैं। ताकि $f(i) \neq x_i \forall i$ ।
7. गणित के एक प्रश्न पत्र में स्तम्भ मिलाने का एक प्रश्न है। जिसमें स्तम्भ A में 6 प्रविष्टियाँ हैं और स्तम्भ B में यादृच्छिक रूप से लिखी हुई 6 प्रविष्टियों में से एक से मेल खाती है। प्रत्येक सही मिलान के लिये 2 अंक दिये जाते हैं। और प्रत्येक गलत मिलान के लिए 1 अंक कम कर दिया जाता है। एक विद्यार्थी जिसको विषय का कोई ज्ञात नहीं

Download FREE Study Package from www.TekoClasses.com & Learn on Video
www.MathsBySuhag.com Phone : 0 903 903 7779, 98930 58881

है।, सभी 6 प्रविष्टियों को यादृच्छिक रूप से मिलाने का निश्चय करता है। वह कितने तरीकों से उत्तर दे सकता है। ताकि उसे इस प्रश्न में कम से कम 25% अंक प्राप्त हो जाये।

8. 1 एवं 10^6 के मध्य उन पूर्णांक संख्याओं की संख्या ज्ञात करो जिनके अंकों का योग 12 है।
9. पाँच क्रिकेट मैचों के परिणामों की भविष्यवाणी की जाती है। भारतीय टीम के लिए जिनमें से प्रत्येक एक जीत, एक ड्रा या हार हो सकती है, तो ज्ञात कीजिए :
 - (i) ठीक एक त्रुटि भविष्यवाणियों की संख्या ।
 - (ii) ठीक 3 त्रुटियों वाली भविष्यवाणियों की संख्या ।
 - (iii) सभी पांचों त्रुटियों वाली भविष्यवाणियों की संख्या ।
10. यदि शब्द SUCCESS के अक्षरों से निर्मित शब्दों को अंग्रेजी वर्णमाला के क्रमानुसार व्यवस्थित किया जाये, तो शब्द SUCCESS का क्रमांक ज्ञात कीजिए।
11. समीकरण $x + y + x = 20$ के धनात्मक अलग-अलग पूर्णांक हलों की संख्या होगी।
12. (i) 5 आम, 4 सेब, 3 केवल तथा 3 भिन्न फलों में से कम से कम एक फल को कितने प्रकार से चुना जा सकता है।
 (ii) 5 आम, 4 सेब, 3 केले तथा 3 भिन्न फलों में से दो फलों को कितने प्रकार से चुना जा सकता है।

Answers

EXERCISE # 1

1. C 2. C 3. D 4. C 5. A 6. B 7. D
 8. B 9. A 10. C 11. B 12. D 13. B 14. D
 15. A 16. A 17. D 18. B 19. B 20. C 21. B
 22. A 23. BC 24. BD 25. CD 26. CD 27. ABCD
 28. AB 29. AB

EXERCISE # 2

1. ${}^m C_{k-1}$ where $m = \frac{1}{2} (2n - k^2 + k - 2)$
 2. 17280
 3. (i) ${}^{23} C_3$ (ii) ${}^{19} C_3$ (iii) ${}^{19} C_3 - 4 \cdot {}^9 C_3$ (iv) ${}^{11} C_8$
 4. 6890 5. (i) 15 (ii) 111 (iii) 60 (iv) 105
 6. 44 7. 56 ways 8. 6062
 9. (i) 10 (ii) 80 (iii) 32
 10. 331^{st} 11. 114 12. (i) 959 (ii) 953

**For 39 Yrs. Que. of IIT-JEE
 &
 15 Yrs. Que. of AIEEE
 We have distributed already a book**